

Mathematik, Quantenwelt, Symmetrie: Eine Welt der Wunder!

Von Gunther Geipel

Das Wunder der Zahl und der Mathematik

Auffällig ist die Dreierstruktur in vielen Bereichen der gesamten Schöpfung. Die Physiker rätseln: „*Bis heute ist es nicht klar, warum die Natur die Zahl drei bevorzugt...*“ (Harald Fritzsch) Die Kreiszahl π (3,14... mit ihren unendlich vielen Kommastellen) kommt merkwürdigerweise nicht nur beim Kreis, sondern auch an anderen Stellen vor. Auffällig ist auch die Häufung der nach Leonardo Fibonacci (um 1200) benannten „Fibonacci-Zahlen“ (1,2,3,5,8,13... - jeweils die Summe zweier aufeinanderfolgender Zahlen bildet die unmittelbar danach folgende Zahl), insbesondere in der Biologie.

Noch über dem Rätsel einzelner Zahlen steht das große Rätsel der Mathematik als Ganzer. Die moderne Naturwissenschaft ist in einem gewissen Sinne immer auch Geisteswissenschaft; allein schon durch ihre durchgehende Mathematisierung - und Mathematik als das „Rückgrat“ der Naturwissenschaft ist eben eine Geisteswissenschaft, die auf dem rein abstrakten Denken und der logischen Schlussfolgerung basiert.

Und was uns inzwischen so selbstverständlich erscheint, ist höchst erstaunlich: dieses abstrakte Gedankengebäude, das in einer Idealwelt lebt, passt genau zur realen Welt! Man hat die Mathematik deshalb auch als „Strukturwissenschaft“ bezeichnet, weil sie eben einerseits eine reine Geisteswissenschaft ist, andererseits aber das „Rückgrat“ der Naturwissenschaften mit ihrem Blick auf die reale Welt.

Was schon die *Pythagoreer* und *Euklid* lehrten, hat seine Gültigkeit behalten: In der Logik der Zahlen und als „Geometrie“ können wir viele innere Gesetze und strukturelle Beziehungen in unserer Welt beschreiben. In Maß und Zahl liegt eine wesentliche Ursache für die große Schönheit und Einheit unserer Welt. „*Die Harmonie der Natur drückt sich nach pythagoräischer Auffassung in der Einheit der arithmetischen, geometrischen und musikalischen Proportionen aus. Euklid nennt solche Proportionen „Logos“...In diesem Sinn ist der Logos der Maßstab alles Seienden.*“¹

Galileo Galilei (1564-1642) sah in der Mathematik geradezu die Sprache des Universums. Die Natur ist für ihn ein Buch, „*scritto in lingua matematica*“ (geschrieben in mathematischer Sprache). *Isaac Newton* (1642-1726) konnte dann mit der Entdeckung und Berechnung der Schwerkraft auch ganz konkret nachweisen, dass die Gravitation in der Tat ein Gesetz im gesamten Universum darstellt.

Die Vorhersagekraft der Mathematik wurde anhand der Gravitation schließlich auch eindrucksvoll unter Beweis gestellt: Der Planet Neptun wurde zunächst „nur“ berechnet - aufgrund von Bahnstörungen des Uranus - und erst später (im Jahr 1846) auch wirklich entdeckt. Mindestens ebenso eindrucksvoll und bahnbrechend war es bei der Forschung im Reich des Kleinsten: das Higgs-Teilchen und Higgs-Feld war bereits 1964 von Peter Higgs mathematisch prognostiziert, die mathematische Prognose dann aber erst 2012 experimentell bestätigt worden (im Jahr 2013 Nobelpreisverleihung an François Englert und Peter Higgs).

¹ Mainzer, Klaus: Symmetrien der Natur: Ein Handbuch zur Natur- und Wissenschaftsphilosophie, Berlin, New York 1988.

Heute gibt es allerdings auch überzogene Aussagen von einigen Wissenschaftlern, die m.E. der Wirklichkeit nicht mehr gerecht werden. Sie lauten so ungefähr: „Die Welt ist Mathematik. Mathematik ist das Wesen der Wirklichkeit.“- Es gibt auch einen „nichtmathematischen Bereich“. Die Liebe gehört dazu. Die Kunst enthält viel Mathematik und ist doch mehr als sie. Das Wetter, biologische Systeme, nicht zuletzt der Mensch sind zu multifaktoriell als dass sie sich vollständig in mathematische Formel einfangen ließen. Und selbst die Physik kennt heute sehr konkret die Unberechenbarkeit des Verhaltens der einzelnen Teilchen und die „Kontingenz“ neben der Gesetzmäßigkeit. Bei alledem ist die Mathematik „plausibel ineffektiv“.

In den anderen Bereichen aber ist sie „unplausibel effektiv“ – und ein Wunder! Einer, der dieses Logos-Wunder der Mathematik in der Neuzeit besonders treffend beschrieben hat, war der jüdische Gelehrte *Eugene Wigner*. Er war Professor für Mathematik und zugleich einer der großen Physik-Nobelpreisträger. Die Homepage des Lindauer Nobelpreisträgertreffens bezeichnet Wigner voller Hochachtung als „*bescheidenes Genie*“.² Sein wohl bekanntestes Werk ist die allgemeinverständliche Abhandlung *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences*.³ Darin sagt er, dass die enorme Nützlichkeit der Mathematik in den Naturwissenschaften ein Geschenk sei, etwas höchst Erstaunliches und an das Mystische Grenzendes, für das es keine rationale Erklärung gäbe und das wir weder verstehen könnten noch verdienen würden. Auch *Albert Einstein* staunte, dass Mathematik „*auf die Gegenstände der Wirklichkeit so vortrefflich passt*.“

Eine interessante Frage der Philosophie der Mathematik ist schließlich, ob Mathematik eine eigene reale Welt ist (im Sinne der Ideenlehre Platons) oder ob der Welt unmittelbar selbst eine mathematische Realität innewohnt oder ob es nur mathematische Theorien und Konstruktionen in unseren Köpfen gibt, die wir dann wie ein Raster über die Wirklichkeit legen. Völlig sicher bin ich, dass die Gedanken Gottes, der göttliche Logos, hinter der Logik der Mathematik steht. Und ich denke, Mathematik ist dann beides: Entdeckung des unmittelbar in der Welt vorhandenen Logos und Konstruktion des menschlichen Geistes.

Und mit Erstaunen nehme ich wahr, dass es über die tieferen Fundamente der scheinbar so „sicheren und festen Mathematik“ noch immer keinen allgemeinen Konsens gibt. Das Geheimnis und Wunder ist offenbar noch größer...

In sich ist die Mathematik allerdings schon ein weithin „sehr sicheres Haus“ und ein „unbestechlicher Richter“. Ärgerlich ist das im Bereich der Wissenschaft z.B. für diejenigen, die die Evolutionstheorie für eine „heilige Kuh“ halten und dann hören müssen, dass das sog. „Wartezeit-Problem“ alles in Frage stellt: Zwei gleichzeitige Mutationen, die für eine Fortentwicklung eines Organismus zwingend nötig sind, benötigen immens größere Zeiträume als das übrige mathematische Modell der Evolution dies zulässt. So wird aus dem „Wartezeit-Problem“ aufgrund der Mathematik ein tiefes Grundsatzproblem.

Das Wunder der Größe im Kleinsten

Das Wunder Mathematik soll uns nun das Wunder unserer Welt – speziell des Kleinen in ihr - betrachten helfen:

Ein menschliches Haar misst 0,04-0,12 mm. Wir gehen hier um der Einfachheit willen von einem Zehntel Millimeter aus (= 10^{-4} Meter). Ein Zehntel Millimeter ist schon recht klein,

² <http://www.lindau-nobel.org/de/eugene-wigner-ein-bescheidenes-genie/>

³ <http://www.dartmouth.edu/~matc/MathDrama/reading/Wigner.html>

aber mit bloßem Auge von uns noch gut zu sehen. So sind wir hier noch nicht wirklich in der „Mikrowelt“.

Mit der Betrachtung unserer menschlichen Zellen springen wir in den Bereich der Zehntel Haaresbreite: Durchschnittlich ist eine menschliche Körperzelle etwa 40×10^{-6} Meter, also 40 Mikrometer oder 40 Tausendstel bzw. vier Hundertstel eines Millimeters groß. Hier sind wir nun schon in der „Mikrowelt“, die sich unserem bloßen Auge verbirgt.

Bei der Stärke unserer DNA, dem Speichermedium unserer Erbanlagen, machen wir nun gleich einen sehr großen Sprung: in den Tausendstel-Bereich der Zellengröße! Die Stärke des DNA-Fadens misst etwa $2,5 \times 10^{-9}$ Meter, also 2,5 Nanometer oder 2,5 Milliardstel Meter oder 2,5 Millionstel Millimeter. Ein menschliches Haar ist also etwa vierzigtausendmal so dick. Damit sind wir nun in der „Nanowelt“ angekommen.

Und noch ein Sprung zum Hundertstel der Stärke unserer DNA: Der Radius des Wasserstoffatoms beträgt 32×10^{-12} m, also 32 Pikometer oder 32 Milliardstel Millimeter. (Das ist nur ein Näherungswert, denn ein absoluter Radius eines Atoms kann nicht angegeben werden, da ein Atom keine eindeutig definierten Grenzen besitzt.) Das kann man nun als die „Quantenwelt“ bezeichnen.

Innerhalb der „Quantenwelt“ aber geht es geradezu noch einmal „gigantisch ins noch Kleinere“: „Ein Stecknadelkopf besteht aus größenordnungsmäßig 10^{22} Elektronen und 10^{23} Quarks.“⁴ Eine Milliarde mal eine Milliarde mal Einhunderttausend – das ist 10^{23} . Die Elementarteilchen sind nahezu punktförmig. Für das Elektron gibt es eine Messung der Art, dass es 10^{-19} m oder kleiner sein muss. 10^{-19} m – das ist vom Radius des Wasserstoffatoms aus noch einmal ein Sprung in den Bereich der Millionstel! Eine Million mal eine Milliarde dieser „Maximalgröße“ des Elektrons ergäbe wieder unsere Haaresbreite, mit der wir in den Bereich der kleinen Dinge eingestiegen sind.- Ich kann mir ein Elektron nun trotzdem nicht vorstellen, aber ein bisschen mehr staunen über seine großartige Kleinheit kann ich.

Und auch über die große Energie in den Tiefen der ganz kleinen „Weltbausteine“ kann ich nur staunen! Diese Mengen von Energie lassen sich wenigstens durch Vergleiche veranschaulichen. Die Veranschaulichung sprengt in ihren Relationen aber eigentlich wieder unsere Vorstellungskraft: „*Ein Kilogramm Materie birgt mit $E=mc^2$ soviel Energie in sich, wie bei der Verbrennung von 3 Millionen Tonnen Braunkohle frei wird. 3 Millionen Tonnen Kohle, das entspricht einem Kohleberg von der Größe der Cheopspyramide oder einem Güterzug mit einer Länge von über 700 Kilometern.*“⁵ – Ein Liter Wasser ist ein Kilogramm Materie...und birgt in seinen Atomkernen die Heizenergie des 700-Kilometer-Braunkohlezuges!

Das Wunder der Symmetrie und der Ästhetik

Hinter dem aus dem Griechischen stammenden Wort Symmetrie steckt das Verb „symmetreo“, was abmessen und dann auch berechnen bedeutet. Die „symmetria“ ist dann

⁴ <http://de.wikipedia.org/wiki/Elementarteilchen>; Zugriff 19.7.2014

⁵ <http://www.drillingsraum.de/room-emc2/emc2.html>

das Ebenmaß, das richtige Verhältnis. Symmetrien spielen in Physik, Astronomie, Chemie und Biologie eine große Rolle. Und die Architektur und die Kunst haben sich den praktischen und den ästhetischen Effekt der Symmetrien abgeschaut.

In der Quantenphysik sind die Symmetrie - und dann auch die Symmetriebrechung - derart fundamental, dass man sie als das grundlegende Prinzip bezeichnen kann. Das Standardmodell der Teilchenforschung beruht auf drei Symmetrien, die erfordern, dass drei Wechselwirkungen und zugehörige Kraftteilchen existieren, um die Welt des Kleinsten immer wieder symmetrisch werden zu lassen.⁶ Um es etwas ausführlicher zu sagen: *„Das Standardmodell beruht auf drei Symmetrien, die aber nichts mit der räumlichen Form der Elementarteilchen, sondern vielmehr mit ihren Ladungseigenschaften zu tun haben. Zu jeder der drei Symmetrien gehört genau eine Ladungsart: Die uns vertraute elektrische Ladung, eine „starke Farbladung“ der Quarks, und eine "schwache Ladung". Die Ladungs-Symmetrien kann man sich als Veränderung von Maßstäben vorstellen. Um zu erreichen, dass sich bei Änderung der Eichung, das heißt bei Veränderung der mit den Ladungen zusammenhängenden Maßstäbe, nichts am Erscheinungsbild ändert, sind dauernde Anpassungen an die neuen Maßstäbe nötig. Diese Arbeit erledigen zu jeder Symmetrie gehörige Kraftteilchen, die zwischen den Materieteilchen hin- und hereilen und dadurch eine Wechselwirkung hervorrufen. Die Häufigkeit der Veränderung an neue Maßstäbe bestimmt über die Häufigkeit der hin- und her fliegenden Kraftteilchen die Stärke der jeweiligen Kraft. Mit der Entdeckung der Symmetrien, die dem Universum zugrunde liegen, reicht das Standardmodell weit über die Beschreibung von Materieteilchen und Kraftteilchen hinaus. Drei Symmetrien erfordern, dass drei Wechselwirkungen und zugehörige Kraftteilchen mit genau von den jeweiligen Symmetrien vorgeschriebenen Eigenschaften existieren.“*⁷

Eugene Wigner, den wir oben als Mathematiker zum Wunder der Mathematik zitiert haben, legte auch den Grundstein für die Theorie der Symmetrien in der Quantenmechanik. Werner Heisenberg sagte: *„Für die moderne Naturwissenschaft steht am Anfang nicht das materielle Ding, sondern die Form, die mathematische Symmetrie.“* Eine sinnvolle Interpretation des ersten Satzes des Johannesevangeliums *„Im Anfang war der Logos“* sieht Heisenberg deshalb in der Aussage *„Im Anfang war die Symmetrie.“*

Woher weiß die gesamte Natur, dass sie stets wieder den Zustand der Symmetrie anzustreben hat? – Ihr geheimnisvolles „Wissen“ ist ein Wunder!

Neben der Symmetrie spielt freilich auch das Nicht-Symmetrische, die Asymmetrie eine wichtige Rolle: sowohl in der Wissenschaft als auch in der Kunst! Und erst beides zusammen macht unsere Welt und die Schönheit in der Kunst möglich.⁸ Ist dieses Zusammenspiel nicht schon wieder ein Wunder?!

⁶ Vgl. dazu: <http://www.weltmaschine.de/physik/e168>

⁷ <http://www.weltmaschine.de/physik/e168>

⁸ Siehe dazu: Quack, Martin/Hacker, Jörg (Hrsg.), Symmetrie und Asymmetrie in Wissenschaft und Kunst: Vorträge anlässlich der Jahresversammlung vom 18. bis 19. September 2015 in Halle (Saale) (Nova Acta Leopoldina - Neue Folge), Stuttgart 2016.